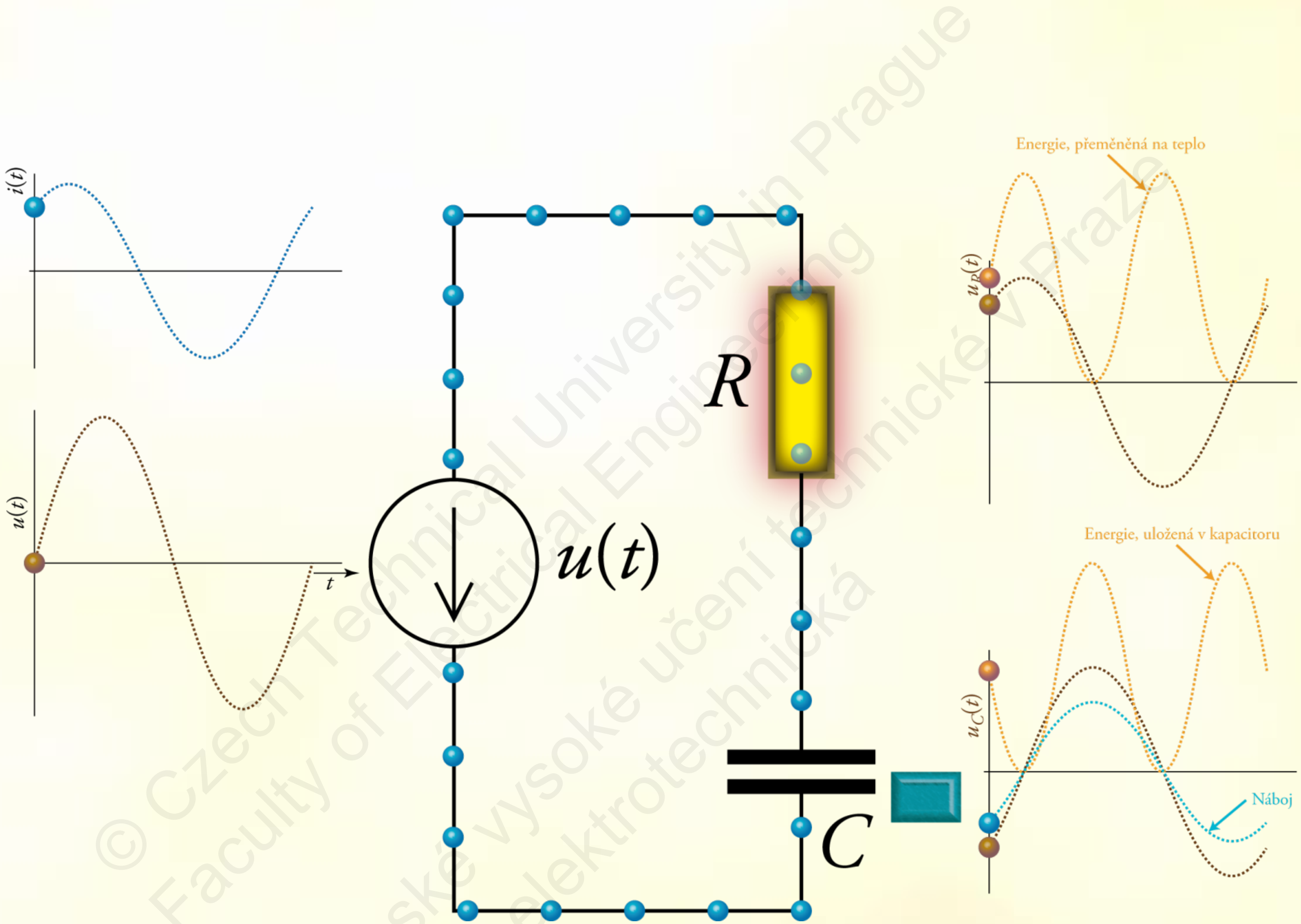
Základy elektrických obvodů

VII

Výkon v HUS

VÝKON, VÝKONOVÉ PŘIZPŮSOBENÍ V HUS. ELEMENTÁRNÍ A OBECNÉ METODY ANALÝZY OBVODŮ V HUS.



i(t)
u(t)
t
R
u(t)
C
Energie, přeměněná na teplo
$u_R(t)$
Energie, uložená v kapacitoru
$u_C(t)$
Náboj

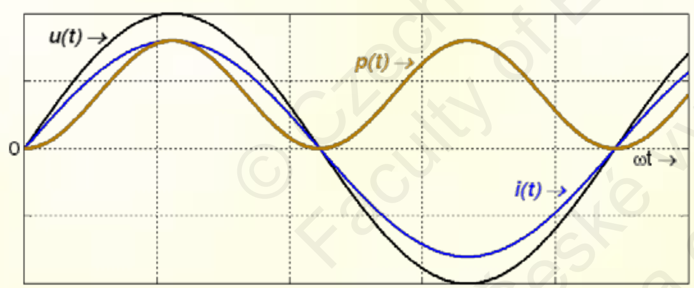
Výkon v HUS

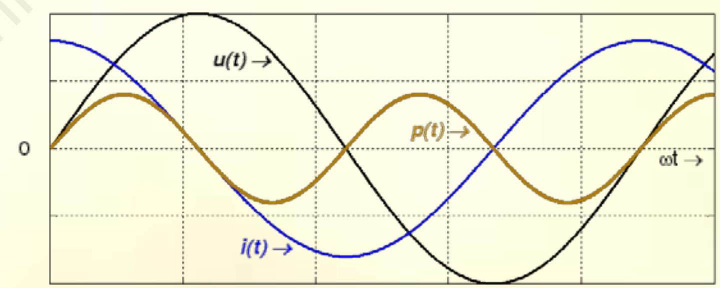
- **Rezistor**: proud, procházející rezistorem, ho zahřívá, energie, dodaná rezistoru, se tak nevratně mění na teplo
- **Kapacitor**: elektrický proud, protékající obvodem dodává kapacitoru elektrický náboj – kapacitor akumuluje energii (ve formě elektrického pole), pokud obrátíme směr toku elektrického proudu (polaritu zdroje, zapojeného v obvodu), začne se kapacitor vybíjet, dodává energii $W_c = \frac{1}{2}CU^2$
- **Induktor**: akumuluje energii formou magnetického pole $W_L = \frac{1}{2}LI^2$

⇒**Jediným obvodovým prvkem, který vykonává užitečnou práci, je rezistor (může to být třeba i model mechanické zátěže motoru), kapacitory a induktory si ve střídavých obvodech periodicky vyměňují energii buď se zdroji, nebo mezi sebou navzájem**

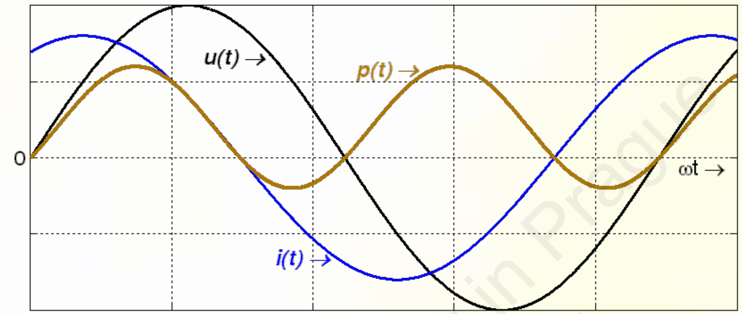
- **Okamžitý výkon** *(obecná definice výkonu)*: $p(t) = u(t)i(t)$
- Na rozdíl od odporového obvodu jsou napětí i proud harmonické funkce, pokud obvod obsahuje kapacitory a induktory, může být proud fázově posunut $u(t) = U_m \sin(\omega t)$

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi)$$





Příklady časového průběhu okamžitého výkonu při různém fázovém posunu proudu vůči napětí – nalevo je napětí a proud ve fázi (rezistor, okamžitá hodnota výkonu je vždy kladná), napravo se proud předbíhá o $\frac{\pi}{2}$ (kapacitor, střední hodnota výkonu je nulová)



Příklad časového průběhu okamžitého výkonu při fázovém posunu proudu vůči napětí $\frac{\pi}{3}$ - obvod může být sériovou kombinací rezistoru a kapacitoru; v tomto případě část periody dodává zdroj energii do obvodu, ale část periody naopak kapacitor vrací akumulovanou energii zpět; část energie je ale nevratně přeměněna v rezistoru na teplo

- Okamžitý výkon mění svoji hodnotu v čase, může být kladný (obvod spotřebovává energii), nebo i záporný (obvod dodává energii zpět do zdroje), frekvence změn je dvojnásobná oproti frekvenci proudu a napětí.
- Nás ale zajímají charakteristické hodnoty, které se nemění v čase ⇒ průměrná (střední) hodnota

Odvození: *(pro informaci, ne ke zkoušce)*

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)\,\mathrm{d}t = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)i(t)\,\mathrm{d}t$$

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T U_m \sin(\omega t)\cdot I_m \sin(\omega t+\varphi)\,\mathrm{d}t = \frac{U_m I_m}{2T}\left[\int_0^T \cos(\varphi)\,\mathrm{d}t - \underbrace{\int_0^T \cos(2\omega t+\varphi)\,\mathrm{d}t}_{=0}\right] = \frac{U_m I_m}{2T}\cos(\varphi)\,[t]_0^T =$$

$$= \frac{1}{2}U_m I_m \cos(\varphi)$$

- Střední hodnota výkonu, dodaného do obvodu je úměrná kosinu **fázového posunu** mezi napětím a proudem

Střední hodnota okamžitého výkonu je výkon, který je nevratně dodaný ze zdroje do obvodu, nazývá se

Činný výkon

$$P = \frac{1}{2} U_m I_m \cos\varphi = U I \cos\varphi$$

jednotkou je Watt [W]

- Maximální výkon je do obvodu dodán, pokud $\varphi = 0$, tedy napětí a proud jsou ve fázi. Tedy do obvodu, který obsahuje pouze rezistory.
- Pokud je fázový posun mezi napětím a proudem $\pm\frac{\pi}{2}$ je činný výkon, dodaný do obvodu nulový. Žádné teplo, žádné světlo, žádná práce. Je ale zřejmé, že **vodiči teče proud**, a **na tento proud musí být rozvodná síť dimenzována**!!! Proto je potřeba definovat **zdánlivý výkon**, tedy **celkovou energii, přenesenou za jednotku času oběma směry**. Je dán efektivními hodnotami napětí a proudu

Zdánlivý výkon

$$S = U I = \frac{1}{2} U_m I_m$$

jednotkou je Volt Ampér [VA]

- Výměna energie mezi zdroji, kapacitory a induktory je dána geometrickým rozdílem mezi zdánlivým a činným výkonem, ale pozor, nejedná se o obyčejné odčítání, protože $1 - \cos^2(\varphi) = \sin^2(\varphi)$

Jalový výkon

$$Q = \frac{1}{2} U_m I_m \sin\varphi = U I \sin\varphi$$

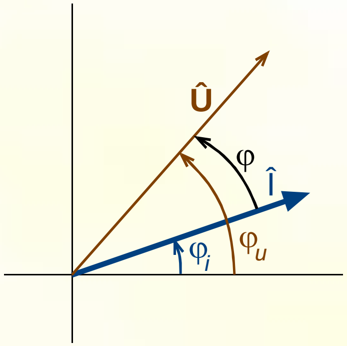
jednotkou je volt ampér reaktanční [var]

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Vzhledem k fázovému posunu a všudypřítomným goniometrickým funkcím je ve výkonech opět skryta Pythagorova věta a platí:

$$\boxed{S = \sqrt{P^2 + Q^2}}$$

I když ve všech třech případech má jednotka stejný fyzikální rozměr, jsou výkony formálně rozlišeny, tak, aby bylo na první pohled zřejmé, o jaký výkon se jedná (Watty u činného, volt ampéry reaktanční u jalového, Volt Ampéry u zdánlivého).



Pozor! Úhel φ je fázový posun mezi napětím a proudem, měřeno od napětí k proudu, fázový posun proudu se odečítá od fázového posunu napětí $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$

Výkon v HUS, vyjádřený z fázorů

- Vzhledem k tomu, že harmonické funkce napětí a proudu můžeme transformovat na fázory, lze výkon přirozeně definovat přímo ve frekvenční oblasti fázory. Záporné znaménko fázového posunu proudu vyjádříme velmi snadno operací komplexně sdruženého čísla $\mathbf{I}^* = I\, e^{-j\varphi_i}$
- Takto můžeme definovat **komplexní výkon**

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2}\mathbf{U}_m\mathbf{I}_m^* = \frac{1}{2}U_m I_m \cdot e^{j\varphi_u} \cdot e^{-j\varphi_i} = \frac{1}{2}U_m I_m \cdot e^{j(\varphi_u - \varphi_i)} = \frac{1}{2}U_m I_m \cdot e^{j\varphi}$$

- Pokud vyjádříme komplexní exponenciální funkci pomocí Eulerovy věty $e^{j\varphi} = \cos\varphi + j\sin\varphi$, bude

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2}U_m I_m \cdot e^{j\varphi} = \frac{1}{2}U_m I_m(\cos\varphi + j\sin\varphi) = P + jQ$$

$$\boxed{\mathbf{S} = \mathbf{U}\mathbf{I}^* = \frac{1}{2}\mathbf{U}_m\mathbf{I}_m^* = P + jQ}$$

$$\boxed{P = \mathrm{Re}\left\{\mathbf{S}\right\} = \mathrm{Re}\left\{\mathbf{U}\mathbf{I}^*\right\} = \mathrm{Re}\left\{\frac{1}{2}\mathbf{U}_m\mathbf{I}_m^*\right\}}$$

$$\boxed{Q = \mathrm{Im}\left\{\mathbf{S}\right\} = \mathrm{Im}\left\{\mathbf{U}\mathbf{I}^*\right\} = \mathrm{Im}\left\{\frac{1}{2}\mathbf{U}_m\mathbf{I}_m^*\right\}}$$

$$\boxed{S = |\mathbf{S}|}$$

Výkon v HUS, přímo na jednotlivých obvodových prvcích

- Do třetice, vzhledem k jejich fyzikálnímu významu, můžeme výkony spočítat přímo na jednotlivých obvodových prvcích:
- R – teplo na odporu

$$P_R = UI = RI^2 = \frac{U^2}{R}$$

- **C** – proud se předbíhá o $\frac{\pi}{2}$ před napětím ⇒ vždy **záporné znaménko** $\sin(0 - \frac{\pi}{2}) = -1$

$$Q_C = -UI = X_C \cdot I \cdot I = \frac{-1}{\omega C} I^2 = -U^2 \omega C$$

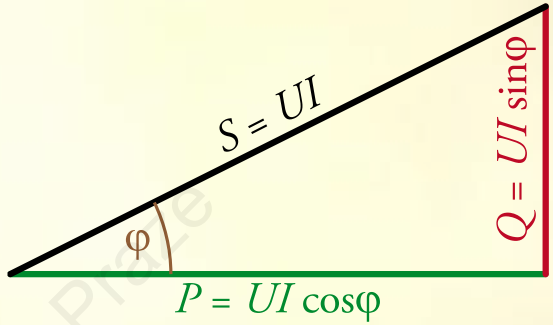
- **L** – proud se zpožďuje o $\frac{\pi}{2}$ za napětím ⇒ vždy **kladné znaménko** $\sin(0 - \frac{-\pi}{2}) = 1$

$$Q_L = UI = X_L \cdot I \cdot I = \omega L I^2 = \frac{U^2}{\omega L}$$

- V tomto případě je ale potřeba znát napětí, resp. proud pro každý jednotlivý obvodový prvek (*R*, *L*, *C*) zvlášť! Hodí se proto pouze pro jednoduché obvody obsahující malý počet prvků.

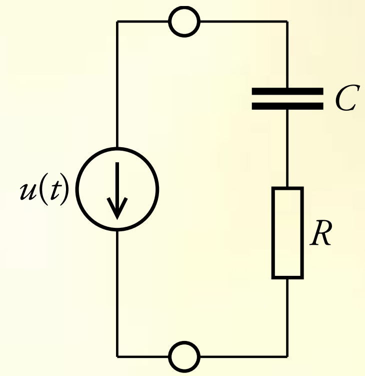
Trojúhelník výkonů – fázorový diagram výkonů

Víme, že činný výkon je kosinovou složkou celkového výkonu, dodaného do obvodu (resp. reálnou složkou komplexního výkonu) a jalový výkon je jeho sinovou složkou (resp. imaginární složkou komplexního výkonu).
Stejně, jako v případě napětí a proudů v obvodu, je možné i výkony znázornit fázory – orientovanými vektory. Vektory činného a jalového výkonu tak budou vzájemně kolmé. *(To umožňuje různé více či méně výstižné laické fyzikální analogie, přirovnávající jalový výkon k větru, foukajícímu kolmo na jedoucí automobil, apod.)*



Úhel φ mezi činným a zdánlivým výkonem je fázový rozdíl mezi napětím a proudem

Příklad:
Obvod je napájen ze zdroje napětí s časovým průběhem: $u(t) = 10\sin(1000t - \frac{\pi}{3})$
$R = 1\,\mathrm{k}\Omega$, $C = 1\,\mu\mathrm{F}$. Vypočítejte výkony odebírané obvodem.



Impedance obvodu je:

$$\mathbf{Z} = \frac{1}{j\omega C} + R = \frac{-j}{1000 \cdot 10^{-6}} + 1000 = 1000 - 1000j = 1000\sqrt{2}\,e^{-j\frac{\pi}{4}}$$

Fázor protékajícího proudu a jeho časový průběh:

$$\mathbf{I}_m = \frac{\mathbf{U}_m}{\mathbf{Z}} = \frac{10\,e^{-j\frac{\pi}{3}}}{1000\sqrt{2}\,e^{-j\frac{\pi}{4}}} = \frac{0.01}{\sqrt{2}}e^{-j\frac{\pi}{12}} \quad \rightarrow \quad i(t) = \frac{0.01}{\sqrt{2}}\sin(1000t - \frac{\pi}{12})$$

Výkon můžeme počítat z časových průběhů (pozor, známe maximální hodnoty!):

$$P = \frac{1}{2}U_m I_m \cos(\varphi_u - \varphi_i) = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot \frac{0.01}{\sqrt{2}} \cdot \cos\left(\frac{-\pi}{3} - \frac{-\pi}{12}\right) = 25\,\mathrm{mW}$$

$$Q = \frac{1}{2}U_m I_m \sin(\varphi_u - \varphi_i) = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot \frac{0.01}{\sqrt{2}} \cdot \sin\left(\frac{-\pi}{3} - \frac{-\pi}{12}\right) = -25\,\mathrm{mvar}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{0.025^2 + 0.025^2} = 35.35\,\mathrm{mVA}$$

Druhou možností, jak spočítat výkony v obvodu, je přímo použití fázorů:
Komplexní výkon:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2}\mathbf{U}_m\mathbf{I}_m^* = \frac{1}{2}10\,e^{-j\frac{\pi}{3}}\cdot\frac{0.01}{\sqrt{2}}\,e^{j\frac{\pi}{12}} = \frac{0.01}{2\sqrt{2}}\left[\cos\left(\frac{-\pi}{3}+\frac{\pi}{12}\right)+j\sin\left(\frac{-\pi}{3}+\frac{\pi}{12}\right)\right] = \underbrace{0.025}_{P}\,\underbrace{-0.025}_{Q}\,j$$

Zde jsme v jediném kroku vypočítali činný i jalový výkon. Zdánlivý výkon bychom opět vypočítali z Pythagorovy věty.

Do třetice můžeme výkony počítat přímo na rezistoru a kapacitoru:

$$P = \frac{1}{2}RI^2 = \frac{1}{2}\cdot 1000\cdot\left(\frac{0.01}{\sqrt{2}}\right)^2 = 25\,\mathrm{mW} \qquad Q = \frac{1}{2}\frac{-1}{\omega C}I^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{-1}{1000\cdot 10^{-6}}\cdot\left(\frac{0.01}{\sqrt{2}}\right)^2 = -25\,\mathrm{mvar}$$

Všimněte si znovu že **v tomto případě nefigurují ve výpočtu žádné fázové posuny** – proč? V tomto případě počítáme výkony nad odvěsnami fázorového trojúhelníka napětí (reaktance), zatímco v předchozích dvou případech byly počítány z celkového napětí a proudu (tedy nad jeho přeponou).

Nakonec se ještě vraťme zpět k fázovým posunům které figurují ve výpočtů výkonů prvními dvěma způsoby:
Fázový posun napětí byl $\frac{-\pi}{3}$, fázový posun proudu $\frac{-\pi}{12}$, impedance měla fázi $\frac{-\pi}{4}$ a fázový rozdíl mezi napětím a proudem byl – opět $\frac{-\pi}{4}$. To není, samozřejmě, náhoda. Obecně pro proud a následně komplexní výkon platí:

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{U}}{\mathbf{Z}} = \frac{Ue^{j\varphi_u}}{Ze^{j\varphi}} = \frac{U}{Z}e^{j(\varphi_u-\varphi)}$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{U}\mathbf{I}^* = Ue^{j\varphi_u}\cdot\frac{U}{Z}e^{j(-\varphi_u+\varphi)} = \frac{U^2}{Z}e^{j(\varphi_u-\varphi_u+\varphi)} = \frac{U^2}{Z}e^{j\varphi}$$

Fázový rozdíl mezi napětím a proudem při výpočtu celkového výkonu, dodaného obvodu, je tedy roven fázi impedance obvodu.

účiník

Protože pouze činný výkon vykonává práci, zatímco zdánlivý výkon je celková energie přenesená vodiči za jednotku času, je účiník mírou využití energetického zařízení. 1 znamená, že veškerý výkon, dodaný zdrojem, je využit, 0 znamená, že vodiči je pouze bez užitku přenášená energie ze zdroje do zátěže, a zpět. Takto definován nemá žádnou jednotku, někdy je násoben 100 a udáván v %.

$$\boxed{\lambda = \frac{P}{S} = \cos\varphi}$$

Poznámka: Účiník se často nazývá φ, „kosinus fí“, nebo jen „kosinus“. To platí ale pouze u harmonických časových průběhů, tedy u lineárních obvodů. U nelineárních obvodů (např. spínané zdroje moderních spotřebičů – počítačů, monitorů a TV panelů, DVD přehrávačů a rekordérů, …) toto označení neplatí. Mezi různými časovými průběhy napětí a proudu nelze žádný jednoznačný úhel φ definovat. Podobně je tomu i u trojfázových obvodů.

Kompenzace účiníku

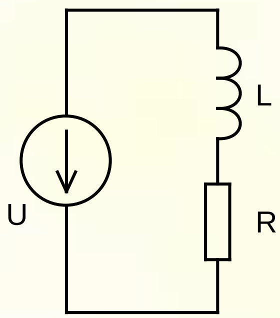
Vzhledem k tomu, že přenosová soustava musí být dimenzovaná na zdánlivý výkon S (vyšší protékající proud!), měl by být účiník obvodu co nejvyšší (obvykle > 0.90, ideálně 0.95). Velcí spotřebitelé proto musí buď kompenzovat jalový výkon svých spotřebičů (obvykle motorů), nebo platit za „odebraný“ zdánlivý výkon, vyjádřený z účiníku. Domácnosti dosud platí pouze za odebraný činný výkon. Naštěstí, protože účiník moderních spotřebičů ve stand-by režimu může být hluboko pod 0.1. Např. moderní plochý TV panel může mít činný výkon P = 3 W, ale $|Q|$ > 50 var. Tento jalový výkon je kapacitního charakteru (kondenzátory ve spínaném zdroji).

Jsou dva různé způsoby, jak kompenzovat účiník:

a) přímo u spotřebiče – ke spotřebiči je paralelně připojen kompenzační prvek, který má stejný jalový výkon, ale s opačným znaménkem tak, že si kompenzační prvek vyměňuje energii s obvodem (je v rezonanci); příkladem je zářivka

b) kompenzována je celá výrobní hala, nebo továrna u připojení k distribuční soustavě – jsou připojovány nebo odpojovány bloky kondenzátorů (menší výkony), nebo přebuzené nezatížené synchronní motory („synchronní kondenzátor“); nevýhody kondenzátorů – citlivé na nelineární zátěž (proudy obsahují sinusovky s vysokými kmitočty – velké proudy, tekoucí kondenzátory → přehřátí ⇒ zničení), přechodné děje při připojení, nutno vybít akumulovaný náboj při odpojení, omezený výkonový rozsah

Příklad: Spotřebič je tvořen sériovým spojením cívky L a rezistoru R. Kompenzujte účiník obvodu. L = 0.42 H, R = 68 Ω, U = 230 V, 50 Hz



Proud, odebíraný ze zdroje:

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{U}}{R + j\omega L} = \frac{230}{68 + j \cdot 100 \cdot \pi \cdot 0.42} = 0.71 - 1.377j = 1.55e^{-j1.095}$$

Komplexní výkon:

$$\mathbf{S} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{I}^{*} = 230 \cdot 1.55e^{j1.095} = 356.5e^{1.095j} = 163.37 + 316.71j$$

Činný výkon můžeme vyjádřit různými způsoby:

$$\begin{aligned} P &= \mathrm{Re}\{\mathbf{S}\} = 163.37 \text{ W} \\ &= UI\cos(\varphi_u - \varphi_i) = 230 \cdot 1.55 \cdot \cos(1.095) = 163.37 \text{ W} \\ &= RI^2 = 68 \cdot 1.55^2 = 163.37 \text{ W} \end{aligned}$$

… stejně, jako jalový výkon

$$\begin{aligned} Q &= \mathrm{Im}\{\mathbf{S}\} = 316.71 \text{ var} \\ &= UI\sin(\varphi_u - \varphi_i) = 230 \cdot 1.55 \cdot \sin(1.095) = 316.71 \text{ var} \\ &= \omega L \cdot I^2 = 100 \cdot \pi \cdot 0.42 \cdot 1.55^2 = 316.71 \text{ var} \end{aligned}$$

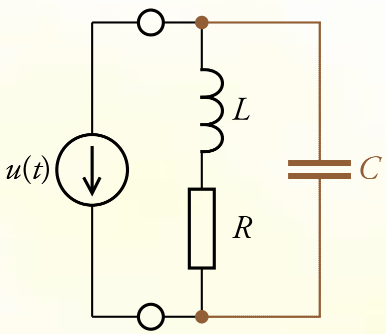
Zdánlivý výkon:

$$S = |\mathbf{S}| = 356.5 \text{ VA}$$

Účiník obvodu je:

$$\lambda = \frac{P}{S} = \frac{163.7}{356.5} = 0.458 = 45.8 \ \%$$

K vykompenzování účiníku obvodu budeme potřebovat prvek se záporným jalovým výkonem – kondenzátor, který připojíme paralelně:



Jalový výkon kapacitoru při by byl při plné kompenzaci: $Q_C \overset{!}{=} -316.71 \text{ var} = -U^2 \cdot \omega C$

Odtud: $C = \dfrac{-Q_C}{U^2 \cdot \omega} = \dfrac{316.71}{230^2 \cdot 100 \cdot \pi} = 19.07 \ \mu\text{F}$

Celková impedance obvodu $\mathbf{Z} = \dfrac{\frac{1}{j\omega C} \cdot (R + j\omega L)}{\frac{1}{j\omega C} + (R + j\omega L)} \doteq 324 \ \Omega$ **je reálná.**

Celkový jalový výkon je 0 var, $P = S = 163.37$ [W / VA], účiník $\lambda \to 1$

Celkový proud, odebíraný ze zdroje **I** = 0.71 A - **napájecí vodiče jsou tedy zatěžovány méně jak polovičním proudem – přesněji, efektivní hodnota proudu, odebíraného ze zdroje po kompenzaci je v našem obvodu 45.8 % efektivní hodnoty proudu, odebíraného ze zdroje nevykompenzovaným obvodem.**

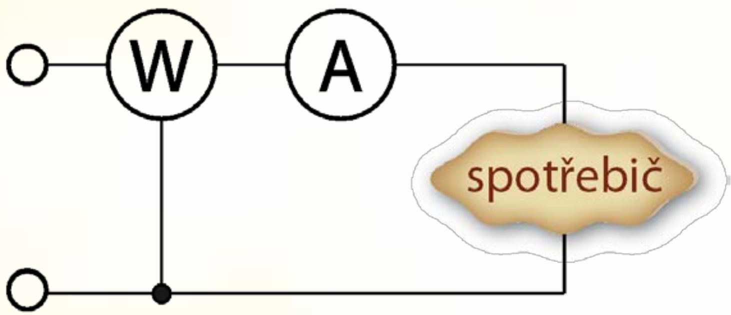
Pokud účiník vyjádříme v procentech, pak také

$$\lambda = \frac{I_k}{I}$$

kde I_k je proud, odebíraný plně kompenzovaným obvodem ($\lambda = 1$)
I proud, odebíraný stejným obvodem bez kompenzace účiníku

Poznámka: kompenzace obvodu na $\lambda = 1$ se nepoužívá, neboť by byl obvod v rezonanci; typicky se kompenzuje na $\lambda = 0.95$

Příklad: Neznámý obvod je napájen z elektrické rozvodné soustavy U = 230 V, 50 Hz. Měřením jsme zjistili, že činný výkon, odebíraný ze sítě P =1200 W, a odebíraný proud I = 9.5 A. Proud se zpožďuje za napětím. Navrhněte vhodnou kompenzaci účiníku obvodu.



Zdánlivý výkon: $S = UI = 230 \cdot 9.5 = 2185 \text{ VA}$

Účiník obvodu: $\lambda = \dfrac{P}{S} = \dfrac{1200}{2185} = 0.549 = 54.9\ \%$

Jalový výkon obvodu: $Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{2185^2 - 1200^2} = 1826 \text{ var}$

Vzhledem k tomu, že se proud zpožďuje za napětím, má obvod indukční charakter a ke kompenzaci použijeme kapacitor, který zapojíme paralelně ke spotřebiči. Spotřebič budeme kompenzovat na λ = 95%.
Nejprve musíme vypočítat zbývající jalový výkon. Podle trojúhelníka výkonů:

$$Q = S\sin\varphi = \frac{P}{\lambda}\sin\varphi = \frac{P}{\cos\varphi}\sin\varphi = P\tan\varphi = 1200\cdot\tan(\arccos 0.95) = 394.42 \text{ var}$$

Kapacitor má mít tedy jalový výkon Q_C = –(1826 – 394) = – 1432 var. Odtud již snadno vypočteme kapacitu:

$$C = \frac{Q_C}{-U^2\omega} = \frac{-1432}{-230^2 \cdot 100 \cdot \pi} = 86.17\ \mu\text{F}$$

Proud, odebíraný ze zdroje bude:

$$I = \frac{S}{U} = \frac{\sqrt{1200^2 + 394^2}}{230} = 5.49 \text{ A}$$

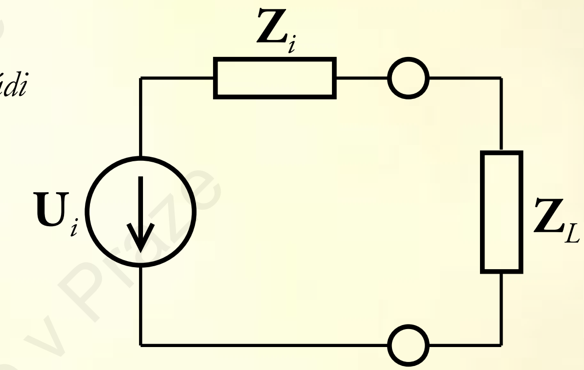
tedy 57.8% původní hodnoty…

Kondenzátorem přitom protéká proud $I_C = \frac{U}{X_C} = U\omega C = 6.27 \text{ A}$

… a protože žádný kondenzátor není ideální, musí být na tento proud dimenzován.

Výkonové přizpůsobení v HUS

S výkonovým přizpůsobením jsme se setkali již v odporových obvodech. V harmonickém ustáleném stavu máme ale rovněž jalový výkon (*výkon, kterého bychom se rádi zbavili, protože nepřináší žádný užitek, naopak, zvyšuje proud, odebíraný ze zdroje a tedy v neideálních vodičích i ztráty*).



- **Obvod je výkonově přizpůsoben, pokud zdroj dodává do obvodu maximální možný činný výkon.**

Odvození (informativně):

Činný výkon, dodaný do zátěže $\mathbf{Z}_l$:

$$P_L = \mathrm{Re}\{\mathbf{U}_L\mathbf{I}_L^*\} = \mathrm{Re}\left\{\mathbf{U}_i\frac{\mathbf{Z}_L}{\mathbf{Z}_i+\mathbf{Z}_L}\cdot\left(\frac{\mathbf{U}_i}{\mathbf{Z}_i+\mathbf{Z}_L}\right)^*\right\} = \mathrm{Re}\left\{\frac{\mathbf{U}_i\mathbf{U}_i^*\mathbf{Z}_L}{(\mathbf{Z}_i+\mathbf{Z}_L)(\mathbf{Z}_i+\mathbf{Z}_L)^*}\right\} = \mathrm{Re}\left\{|\mathbf{U}_i|^2\frac{\mathbf{Z}_L}{|\mathbf{Z}_i+\mathbf{Z}_L|^2}\right\} =$$

$$= U_i^2\frac{R_L}{(R_i+R_L)^2+(X_i+X_L)^2}$$

kde $\mathbf{Z}_i = R_i + jX_i$, $\mathbf{Z}_S = R_S + jX_S$

Reaktanční složka tedy snižuje činný výkon $\Rightarrow$ **musí platit** $X_i + X_S = 0$

Vyjádřením parciální derivace a jejím položením rovno nule najdeme extrém funkce

$$\frac{\partial P_S}{\partial R_S} = U_i^2\frac{(R_i+R_S)^2 - 2R_S(R_i+R_S)}{(R_i+R_S)^4} = U_i^2\frac{R_i^2-R_S^2}{(R_i+R_S)^4} \stackrel{!}{=} 0$$

Odtud tedy vyplývá: $\boxed{\mathbf{Z}_i = \mathbf{Z}_S^*}$

Současně se jedna o sériovou variantu kompenzace účiníku.